

XVII Межрегиональная олимпиада школьников по математике и криптографии

Задача 1

Сообщение на русском языке записано в 6 строк. В каждой строке, кроме последней, ровно 18 букв (буквы в строках стоят точно друг под другом). Для зашифрования сообщения каждую его букву заменили парой цифр в соответствии с её порядковым номером в алфавите (А – на 01, Б – на 02, ..., Я – на 33). В результате получилась таблица цифр, в которой 36 столбцов. Затем эту таблицу разделили на вертикальные полосы: по три столбца в каждой. После чего полосы переставили в некотором порядке. Получили вот что:

316	001	190	014	013	150	171	240	120	131	105	614
010	810	050	610	012	161	121	200	614	120	401	117
619	501	172	327	171	041	061	221	010	033	801	016
115	313	192	312	030	130	160	103	210	013	620	016
512		060		061	250		061	825	16	103	310

Выясните, какой текст был зашифрован?

Задача 2

Пусть $C_n(a,b) = abab\dots ab$ – целое число, десятичная запись которого образована n -кратным повторением пары цифр a и b , где $a \neq 0$. Выясните, при каких n числа $C_n(a,b)$ делятся на 21 при любых значениях a и b .

Задача 3

Текстовое сообщение зашифровано следующим образом. Над его буквами надписывается числовая последовательность, образованная периодическим повторением шести цифр, образующих дату. Например, шестёрка 181107 отвечает дате 18 ноября 2007 года. После этого каждая буква сообщения заменяется буквой, циклически отстоящей от неё в алфавите справа на число букв, указанное цифрой над ней.

Можно ли прочесть зашифрованное таким образом сообщение

Т П И Ё Р Ж Е М А А С Ф С Г Ь О Г Х Ж П Н

если неизвестна дата его написания?

Задача 4

Сообщение на русском языке, состоящее из 63 букв и восклицательного знака, зашифровано с использованием так называемой «поворотной решётки», которая представляет собой трафарет, изготовленный из квадратного листа клетчатой бумаги размера 8 на 8. В трафарете некоторым образом вырезаны 16 клеток. Одна сторона трафарета помечена.

При наложении трафарета на чистый лист бумаги четырьмя возможными способами (помеченной стороной вверх, вправо, вниз, влево) его вырезы покрывают всю площадь квадрата, причём каждая клетка оказывается под вырезом ровно один раз.

Буквы сообщения построчно вписываются в вырезы трафарета (сверху вниз и слева направо, при этом пробелы между словами игнорируются). После того, как буквы сообщения заполнят все вырезы трафарета, трафарет располагается в следующем положении (согласно указанного выше порядка) и т.д. Результат зашифрования сообщения представлен на рисунке.

т	я	с	а	п	м	р	е
в	щ	е	р	е	ш	ш	о
ч	и	ч	н	ф	и	т	р
ё	а	е	т	т	е	т	к
р	а	ь	п	а	п	о	ф
т	в	о	е	з	о	к	р
о	с	а	в	т	р	о	т
л	е	я	н	!	е	т	а

Найдите исходное сообщение.

Задача 5

В здании находится восемь серверов. Они расположены в вершинах куба. Эти серверы объединены в сеть, причём два сервера соединены линией связи "напрямую" в том и только том случае, когда они соответствуют двум соседним вершинам куба. Кроме того, два из этих серверов соединены дополнительно по радиоканалу.

Какое наименьшее число основных линий связи придётся вывести из строя злоумышленнику, для того что_бы потерялась связность сети (т.е. станет невозможно доставить информацию с одного из серверов на другой, даже через серверы-посредники).

Задача 6

Разложите на простые множители число $3^{20} + 3^4 + 1$, если известно, что оно делится на 167.